



请直接打印，已按题目首字拼音字母排版

2006《经济数学基础 12》开放大学期末考试笔试+机考题库（按拼音）（302）

适用：【笔试+机考】【课程号：】

总题量（302）：单选(86)填空(92)应用分析题(18)微积分计算(42)线性代数计算题(38)

资料考前整理，只供大家复习使用！题库上次考试可用，这次有可能改版，如果科目改版资料对不上，可以把科目名称发我微信，可退回下载该改版科目的积分

ps: 如果把改版科目可用的题目拍图发微信可奖励 10-20 下载券，把最新版题库发微信可奖励 20-50 下载券

单选(86)--: (微信号: Wj585858-)

1、n 元线性方程组有解的充分必要条件是 ( )。

A.秩A=秩(闪)

2、 $y = x^2 - 4$

$y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$  的定义域是  $(-, -2] \cup (2, +)$

3、 $\int (\sin x)' dx$

$\int (\sin x)' dx$  ( )。 答: C.  $\sin x + c$

4、当  $x \rightarrow 0$  时，下列变量为无穷小量的是 ( )

D.  $x^3$

5、当  $x \rightarrow 1$  时，变量 ( ) 为无穷小量。

D.  $\ln x$

6、当时  $x \rightarrow +\infty$ ，下列变量为无穷小量的是 ( )。

A.  $\frac{\sin x}{x}$

7、高需求量 q 对价格 p 的函数为，则需求弹性为 ( )。

设需求量 q 对价格 p 的函数为  $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$ ，则需求弹性为  $E =$  (

D.  $\frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

8、函数  $f(x) =$

函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续，则  $k =$  ( )。

答案: A. 1

9、函数  $y = x \lg(x+1)$  的定义域是 ( )

D.  $x > -1 \text{ 且 } x \neq 0$

10、计算无穷限积分  $\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx =$  ( C.  $\frac{1}{2}$  )。

计算无穷限积分  $\int_{-1}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx =$  ( C.  $\frac{1}{2}$  )。

11、曲线  $y = \dots$  在点 (1, 2) 处的切线方程为 ( )。

曲线  $y = \dots + 1$  在点 (1, 2) 处的切线方程为 ( )。

C.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

12、若  $F(x)$  是  $f(x)$  的一个原函数，则下列等式成立的是 ( )。

C.  $\int_a^x f(x) dx = F(x) - F(a)$

答案:

13、若 n 元线性方程组  $AX = 0$  满足  $r(A) = n$ ，则该线性方程组 ( )。

B. 有唯一解

14、若函数  $f(x) = \{x^2 + 1$

若函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ ，在  $x=0$  处连续，则  $k =$  ( B. 1 )。

15、若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导，则 ( ) 是错误的。

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ , 但  $A \neq f(x_0)$

16、若函数，则 = ( )。

若函数  $f(\frac{1}{x}) = x$ ，则  $f'(x) =$  ( )。

A.  $-\frac{1}{x^2}$

17、若线性方程组  $AX=b$  有唯一解，则线性方程组  $AX=O$  ( )。

A. 只有零解

18、若线性方程组  $AX=b$  中， $r(O) = 4$ ， $r(A) = 3$ ，则该线性方程组 ( )

B. 无解

19、若线性方程组  $AX=O$  只有零解，则线性方程组  $AX=b$  ( )。

D. 解不能确定

20、若线性方程组的增广矩阵为  $A$

$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，则当  $\lambda =$  ( A.  $\frac{1}{2}$  ) 时线性方程组无解。

21、若线性方程组的增广矩阵为  $A =$

$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 0 & 1-2\lambda & -4 \end{bmatrix}$ ，则当  $\lambda =$  ( A.  $1/2$  ) 时该线性方程组无解。

22、若线性方程组的增广矩阵为，则当 = ( ) 时该线性方程组无解。

若线性方程组的增广矩阵为  $A = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 0 & 1-2\lambda & -4 \end{bmatrix}$ ，

则当  $\lambda =$  ( ) 时该线性方程组无解。

A.  $1/2$

23、设  $A, B$  均为  $n$  阶矩阵，则等式  $(B-A)^2 = A^2 - 2AB + B^2$  成立的充分必要条件是 ( )

B.  $AB=BA$

24、设  $A = [1-21]$

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ，则  $r(A) =$  ( C. 2 )。

25、设  $A = [120-3]$

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ ，则  $r(A) =$  ( B. 2 )。

26、设  $A =$ ，则  $r(A) =$  ( )。

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ ，则  $r(A) =$  ( )。

答案： B.2

27、设  $AB$  为同阶可逆矩阵，则下列等式成立的是 ( )。

C.  $(AB)^T = B^T A^T$

28、设  $A, B$  均为  $n$  阶矩阵，则等式  $(B-A)^2 = A^2 - 2AB + B^2$  成立的充分必要条件是 ( )。

设  $A, B$  均为  $n$  阶矩阵，则等式  $(B-A)^2 = A^2 - 2AB + B^2$  成立的充分必要条件是 ( )。

B.  $AB=BA$

29、设  $A$  是  $m \times n$  矩阵， $B$  是  $s \times t$  矩阵，

且  $AC^T B$  有意义，则  $C$  是 ( ) 矩阵。

A.  $s \times n$

30、设  $A$  是  $n \times s$  矩阵， $B$  是  $m \times s$  矩阵，则下列运算中有意义的是 ( )。

B.  $AB^T$

31、设  $A$  是可逆矩阵，且  $A+AB=I$ ，则  $A^{-1} =$  ( )。

答案： C.  $I+B$

32、设  $A$  为  $2 \times 4$  矩阵， $B$  为  $3 \times 5$  矩阵，且乘积矩阵  $AC^T B^T$  有意义，则  $C^T$  为 ( ) 矩阵

B.  $5 \times 4$

33、设  $A$  为  $3 \times 2$  矩阵，则  $B$  为  $2 \times 3$  矩阵，则下列运算中 ( ) 可以进行。

C.  $AB$

34、设 A 为 3×2 矩阵，为 2×3 矩阵，则下列运算中 (A.AB) 可以进行

35、设 A 为 5×2 矩阵，B 为 5×2 矩阵，且乘积矩阵

AC"B"有意义，则 C 为 ( B. 2X4 ) 矩阵。

36、设  $f(x)=1/x$ ，则  $f(f(x))=()$ 。

C.x

37、设，则 ()

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ，则  $r(A) = ( \quad )$ 。

答案：C.2

38、设，则 ()。

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ ，则  $r(A) = ( \quad )$ 。

答案：B.2

39、设  $\int f(x) dx = \ln x/x + C$

设  $\int f(x) dx = \frac{\ln x}{x} + C$ ，则  $f(x) = ( \quad )$ 。 C.  $\frac{1-\ln x}{x^2}$

40、设矩阵  $A=[-2740]$

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ，则 A 的元素  $a_{41} = ( \quad )$ 。

答：A.3

41、设某商品的需求函数为  $q(p) = 10e^{-p/2}$ ，则需求弹性  $E_p = ()$

设某商品的需求函数为  $q(p) = 10e^{-\frac{p}{2}}$ ，则需求弹性  $E_p = -\frac{p}{2}$

42、设下面矩阵 A,B,C 能进行乘法运算，那么 () 成立。

BAB=AC, A可逆,则B=C

43、设线性方程组  $AX=b$  的增广矩阵通过初等行变换化为

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则此线性方程组的一般解中自由未知量的个数为 ()。

答案：D.1

44、设线性方程组  $AX=b$  有唯一解，则相应的齐次方程组  $AX=0$  ()。

C.只有零解

45、设线性方程组  $x_1-x_2=0, x_1+\lambda x_2=0$  非 0 解，则  $\lambda = ()$

设线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$  有非 0 解，则  $\lambda = ( \quad )$ 。

A.-1

46、设线性方程组，秩，则该线性方程组 ()。

设线性方程组  $AX=b$ ，若秩(A)=4,秩(A)=3,则该线性方程组 ()。

B.只有零解

47、设需求量 q 对价格 p 的函数为

$q(p) = 5 - 2\sqrt{p}$ ，则需求弹性为  $E_p = ( \quad )$ 。

D.  $\frac{-\sqrt{p}}{5-2\sqrt{p}}$

答案：

48、设需求量 q 对价格 p 的函数为

$q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$ ，则需求弹性为  $E_p = ( \quad )$ 。 D.  $-\frac{\sqrt{p}}{3-2\sqrt{p}}$

49、设需求量 q 对价格 p 的函数为  $q(p) = 100e^{-\frac{p}{2}}$

$q(p) = 100e^{-\frac{p}{2}}$ ，则需求弹性为  $E_p = ( \quad )$ 。 A.  $-\frac{p}{2}$

50、下列等式不成立的是 ()。

A.  $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$

51、下列等式成立的是 ()。

B.  $2^x dx = \frac{1}{\ln 2} d(2^x)$

52、下列等式正确的是 ()。

B.  $-\sin x dx = d(\cos x)$

53、下列等式中错误的是（ ）。

D.  $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$

54、下列等式中正确的是（ ）。

A.  $\frac{1}{x^2} dx = d(-\frac{1}{x})$

55、下列等式中正确的是（ ）。

A.  $\sin z dx = d(-\cos z)$

56、下列定积分中积分值为 0 的是（ ）

A.  $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$

57、下列各函数对中，（ ）中的两个函数相等。

D.  $(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

58、下列函数在指定区间  $(-\infty, +\infty)$  上单调增加的是（ ）

A.  $x^2$

59、下列函数在指定区间  $(-\infty, +\infty)$  上单调增加的是（ ）。

B.  $e^x$

60、下列函数在指定区间  $(-\infty, +\infty)$  上单调增加的是（ ）。

A.  $c^3$

61、下列函数在指定区间  $(-\infty, +\infty)$  上单调减少的是（ ）

D.  $3-x$

62、下列函数在指定区间  $(-\infty, +\infty)$  上单调增加的是（ ）

D.  $x-1$

63、下列函数中（ ）

下列函数中(B.  $-\frac{1}{2} \cos x^2$ )是  $x \sin x^2$  的原函数。

64、下列函数中，（ ）是  $e^2$  的一个原函数。

下列函数中，（ ）是  $e^{-2}$  的一个原函数□

D.  $-\frac{1}{2} e^{-2x}$

65、下列函数中，（ ）不是基本初等函数。

C.  $y = \ln(r-1)$

66、下列函数中为偶函数的是（ ）

C.  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

67、下列函数中为偶函数的是（ ）

C.  $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$

68、下列函数中为奇函数是（ ）

C.  $x^2 \sin x$

69、下列极限计算正确的是（ ）。

C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

70、下列结论正确的是（ ）。

B. 数量矩阵是对称矩阵

71、下列结论中，（ ）是正确的。

B. 奇函数的图形关于坐标原点对称

72、下列结论中正确的是（ ）。

答：D.  $z_0$  是  $f(z)$  的极值点，且  $f'(z_0)$  存在，则必有  $f'(z_0) = 0$

73、下列无穷积分中收敛的是（ ）。

C.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

74、线性方程组

$A_{m \times n} X = b$  有无穷多解的充分必要条件是（ ）。

A.  $-\frac{p}{2}$

75、线性方程组

线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$  解的情况是（ ）。

答：无解

76、线性方程组  $A_{m \times n} X = b$  有无穷多解的充分必要条件是（ ）。

答:  $r(A)=r(A)<n$

77、线性方程组  $\begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$

线性方程组  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  的解的情况是 (D. 有唯一解)。

78、线性方程组  $\begin{cases} x_1+2x_2=1 \\ x_1+2x_2=3 \end{cases}$

线性方程组  $\begin{cases} x_1+2x_2=1 \\ x_1+2x_2=3 \end{cases}$  的解的情况是 (A. 无解)。

79、线性方程组  $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1+x_2=0 \end{cases}$

线性方程组  $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1+x_2=0 \end{cases}$  的解的情况是 (D. 无解)。

80、线性方程组的解的情况是 ()

线性方程组  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  的解的情况是 ( )。

D.有唯一解

81、已知  $f(x) = x/\sin x - 1$

已知  $f(x) = \frac{x}{\sin x} - 1$ , 当 (A.  $x \rightarrow 0$ ) 时,  $f(x)$  为无穷小量。

82、已知生产某种产品的成本函数为  $C(q) = 80 + 2q$ , 则当产量  $q = 50$  时, 该产品的平均成本为 ()

答案: 3.6

83、以下结论或等式正确的是 ( )。

答案: C. 对角矩阵是对称矩阵

84、在切线斜率为  $-4$  的积分曲线族中, 通过点 (3, 5) 点的曲线方程是 ( )。

A.  $y = -4x + 17$

85、在切线斜率为  $2x$  的积分曲线族中, 通过点 (1, 4) 的曲线为 ( )。

A.  $y = x^2 + 3$

86、在切线斜率为  $2x$  的积分曲线族中, 通过点 (2, 3) 的曲线为 ( )。

答: D.  $y = x^2 - 1$

填空(92)--: (微信搜: )

1、 $\int_1^e \ln(1+x^2) dx = ( )$ 。

$$\frac{d}{dx} \int_1^e \ln(1+x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}$$

答案: 0

2、 $\int \cos 2x dx = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\int \cos 2x dx = \underline{\hspace{2cm}}$$

答案:  $\cos 2x dx + C$

3、 $\int e^{-x^2} dx = ( )$

$$\int e^{-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$$

答案:  $\frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erf}(x) + C$

4、 $\lim_{x \rightarrow 0} x + \sin x = ( )$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$$

答案: 1

5、 $\lim_{x \rightarrow 0} x - \sin x = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x} = \underline{0}$$

6、 $\ln x$  是  $f(x)$  的一个原函数,

则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$\frac{1}{x}$$

答案:

7、 $\int (1 - e^{-x})/2 dx = ( )$

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$$
 答: 0

8、 $\int 2e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

$$8. \int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$$

答：0

9、 $\int (\sin x)' dx = (\quad)$  .

答： $\sin x + c$

10、当  $a = (\quad)$  时，矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & a \end{bmatrix}$  可逆。

当  $a = (-a)$  时，矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & a \end{bmatrix}$  可逆。

11、的定义域是

$y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$  的定义域是 \_\_\_\_\_ .

答案： $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

12、函数  $f(x) =$

函数  $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{2}$  的图形关于 \_\_\_\_\_ 对称。

答案：原点

13、函数  $f(x) =$

函数  $f(x) = \frac{1}{1 - e^x}$  的间断点是 \_\_\_\_\_ .

答案： $x=0$

14、函数  $f(x) = 1/(1 - e^x)$  的间断点是 ( ) 。

答： $x=0$

15、函数  $f(x) = 1/\ln(x+3) +$

函数  $f(x) = \frac{1}{\ln(x+3)} + \sqrt{9-x^2}$  的定义域是  $(-3, -2) \cup (-2, 3]$

16、函数  $f(x) = e^x - e^{-x}/2$  的图形关于 ( ) 对称。

函数  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  的图形关于 (原点) 对称。

17、函数  $f(x) = \ln(x+1) -$

函数  $f(x) = \ln(x+1) - \frac{1}{\sqrt{3-x}}$  的定义域是 \_\_\_\_\_ .

答案： $(-1, 3)$

18、函数  $f(x) = x^2 - 4$

函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$  的定义域是  $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

19、函数  $f(x) = \{x+2$

函数  $f(x) = \begin{cases} x+2, & -5 \leq x < 0 \\ x^2 - 1, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$  的定义域是  $[-5, 2)$  .

20、函数  $y$

函数  $y = x^2 - 1$  的单调增加区间为 \_\_\_\_\_ .

答案： $(0, +\infty)$

21、函数  $y = 1 - x$

函数  $y = \frac{\sqrt{1-x}}{\ln(1+x)}$  的定义域是 \_\_\_\_\_ .

答： $(-1, 0) \cup (0, 1]$

22、函数  $y = 3(x-1)^2$  的驻点是  $x = (1)$

23、函数的定义域是。

函数  $f(x) = \begin{cases} x+2, & -5 \leq x < 0 \\ x^2 - 1, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$  的定义域是 \_\_\_\_\_ .

答案： $[-5, 2)$

24、函数的定义域是。

函数  $f(x) = \frac{1}{\ln(x+2)} + \sqrt{4-x}$  的定义域是 \_\_\_\_\_ .

答案： $(-2, -1) \cup (-1, 4)$

25、函数的定义域是。

函数  $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x-1)}$  的定义域是 \_\_\_\_\_ .

答案： $(1, 2) \cup (2, 3]$

26、函数的定义域是。

函数  $f(x) = \ln(x+1) - \frac{1}{\sqrt{3-x}}$  的定义域是\_\_\_\_\_。

答案:  $(-1, 3)$

27、函数的间断点是。

函数  $f(x) = \frac{1}{1-e^x}$  的间断点是\_\_\_\_\_。

答案:  $x=0$

28、计算积分1-1

计算积分  $\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx = \underline{2}$ 。

29、矩阵

矩阵  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$  的秩为\_\_\_\_\_

答案: 1

30、矩阵  $A=[1-11]$

矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$  的秩是\_\_\_\_\_。

答: 2

31、齐次线性方程组  $AX=0$  的系数矩阵经初等行变换化为  $A \rightarrow$

$A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  则此方程组的一般解中自由未知量的个数为 (2)。

32、曲线  $f(x) = x$  在  $(1, 1)$  处的切线斜率是()

曲线  $f(x) = \sqrt{x}$  在点  $(1, 1)$  处的切线斜率是  $\underline{\frac{1}{2}}$ 。

33、曲线  $Y=$

脚线  $y=$ , 压在  $(1, 1)$  处的切线斜率是\_\_\_\_\_

答案:  $\frac{1}{2}$

34、曲线  $y=\ln x$  在点  $(1, 0)$  的切线方程是()

曲线  $y = \ln x$  在点  $(1, 0)$  的切线方程是\_\_\_\_\_。

$y=x-1$

35、若  $A$  为  $n$  阶可逆矩阵, 则

则  $r(A) = \underline{n}$ 。

36、若  $\int f(x) dx = F(x) + c$

, 则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = \underline{\quad}$

答案:  $-F(e^{-x}) + c$

37、若  $f(x)$  存在且连续, 则  $[df(x)]$

若  $f'(x)$  存在且连续, 则  $[df(x)] = f'(x)$ 。

38、若  $n$  元线性方程组  $AX=0$  满足  $r(A) < 4$ , 则该线性方程组 ( )。

答: 有非零解。

39、若, 则  $\int f(x) dx = 2x +$

若  $\int f(x) dx = 2^x + 2x^2 + c$ , 则  $f(x) = \underline{(2^x \ln 2 + 4x)}$ 。

40、若, 则  $\int f(x) dx = F(x) + C$ ,  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = ( )$

若  $\int f(x) dx = F(x) + c$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = \underline{-F(e^{-x}) + c}$

41、若, 则  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , 则  $\int (2x-3) dx = ( )$

若  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , 则  $\int f(2x-3) dx = \underline{(\frac{1}{2} F(2x-3) + c)}$ 。

42、若, 则线性方程组。

若  $r(A, b) = 4, r(A) = 3$ , 则线性方程组  $AX = b$  \_\_\_\_\_。

答案：无解

43、若  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = (\quad)$ 。

若  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：  $-F(e^{-x}) + c$

44、若  $\int f(x) dx = 2^x + 2x + c$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

答：  $2^x \ln 2 + 2$

45、若  $\int f(x) dx = F(x) + c$ , 则  $\int f(2x+1) dx = (\quad)$ 。

答：  $\frac{1}{2} F(2x+1) + c$

46、若  $\int f(x) dx = F(x) + c$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = (\quad)$

若  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x})dx = \underline{(-F(e^{-x}) + c)}$ 。

47、若  $\int f(x) dx = F(x) + c$ , 则  $\int f(2x-3) dx = (\quad)$

若  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , 则  $\int f(2x-3)dx = \underline{\hspace{2cm}}$

答案：  $\frac{1}{2} F(2x-3) + c$

48、若  $\int f(x) dx = F(x) + c$ , 则  $\int f(3x+5) dx = (\quad)$

若  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , 则  $\int f(3x+5)dx = \underline{\hspace{2cm}}$

答案：  $\frac{1}{3} F(3x+5) + c$

49、若  $\int f(x) dx = x^2 + 2x + c$ , 则  $f(x) = (\quad)$ 。

若  $\int f(x)dx = x^2 + 2x + c$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

$2x + 2$

50、若方阵 A 满足 (C), 则 A 是对称矩阵。

答案：  $A = A^T$

51、若方阵 A 满足, 则 A 是对称矩阵。

若方阵 A 满足     则 A 是对称矩阵。

答案：  $A^T = A$

52、若函数

$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{2}}, & x < 0 \\ x^2 + k, & x \geq 0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  处连续, 则  $k = \underline{e}$ 。

53、若函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$

若函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $k = \underline{2}$

54、若函数, 则。

若函数  $f(x+1) = x^2 + 2x - 5$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：  $x^2 - 6$

55、若函数在  $x=0$  处连续, 则

若函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$

答案： 2

56、若是的一个原函数, 则。

若  $\cos z$  是  $J(z)$  的一个原函数, 则  $J(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

答案：  $-\sin x$

57、若线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$  有非零解, 则  $\lambda = (\quad)$ 。

若线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$  有非零解, 则  $\lambda = \underline{(-1)}$ 。

58、设  $A =$

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ a & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ , 当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时,  $A$  是对称矩阵.

答案: 0

59、设  $A=[102]$

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ a & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ , 当  $a =$  (0) 时,  $A$  是对称矩阵.

60、设  $A=[111]$

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ , 则  $r(A) =$  1.

61、设  $A=[13]$ , 则  $I-2A =$  ( ).

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ , 则  $I - 2A =$  \_\_\_\_\_.

答案:  $\begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

62、设  $A, B$  均为  $n$  阶矩阵,  $(I-B)$  可逆, 则矩阵方程  $A+BX=X$  的解  $X =$  ( )

$(I-B)^{-1}A$

63、设  $A, B$  均为  $n$  阶矩阵, 且  $A$  可逆, 则矩阵方程  $XA=B$  的解  $X =$  ( )

答:  $BA^{-1}$

64、设  $A$  是  $n$  阶可逆矩阵,  $k$  是不为 0 的常数, 则=.

设  $A$  是  $n$  阶可逆矩阵,  $k$  是不为 0 的常数, 则  $(kA)^{-1} =$  \_\_\_\_\_

答案:  $\frac{1}{k}A^{-1}$

65、设  $A$  为  $n$  阶可逆矩阵, 则。

设  $A$  为  $n$  阶可逆矩阵, 则  $r(A) =$  \_\_\_\_\_,

答案:  $n$

66、设  $f(x-1) = x^2 - 2x + 5$ , 则  $f(x) =$  ( )

设  $f(x-1) = x^2 - 2x + 5$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

答案:  $x^2 + 4$

67、设  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $x \neq 0$  处连续, 则  $k =$  \_\_\_\_\_

设  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

答: 2

68、设  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $k =$  ( )

设  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

-1

69、设矩阵可逆,  $B$  是  $A$  的逆矩阵

则当  $(AF)^{-1} =$   $B$ .

70、设矩阵  $A =$

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $I$  为单位矩阵, 则  $(I-A)^T =$  \_\_\_\_\_.

答案:  $\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ .

71、设矩阵  $A =$

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = [3 \quad -1]$ , 则  $AB =$  \_\_\_\_\_.

答案:  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$ .

72、设某商品的需求函数为, 则需求弹性。

设某商品的需求函数为  $q(p) = 10e^{-\frac{p}{2}}$ , 则需求弹性  $E_p =$  \_\_\_\_\_

答案:  $-\frac{p}{2}$

73、设齐次线性方程组 A

$AX=0$  满, 且  $r(A)=2$ , 则方程组一般解中自由未知量的个数为 3。

74、设线性方程  $x_1+x_2=0$

设线性方程组  $\begin{cases} x_1+x_2=0 \\ -x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$  有非 0 解, 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_

答: -1

75、设线性方程组, 且, 则时, 方程组有唯一解。

设线性方程组  $AX=b$ , 且  $A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & t+1 & 0 \end{bmatrix}$ , 则  $t$  \_\_\_\_\_ 时, 方程组有唯一解。

答案:  $\neq -1$

76、设线性方程组有非 0 解, 则=。

设线性方程组  $\begin{cases} x_1-x_2=0 \\ x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$  有非 0 解, 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_

答案: -1

77、微分方程  $(y'')^3$

微分方程  $(y'')^3 + 4xy^{(4)} = y^7 \sin x$  的阶数为 4

78、线性方程组  $Ax=b$  有唯一解的充分必要条件是

线性方程组  $AX=b$  有唯一解的充分必要条件是 \_\_\_\_\_

10.  $r(A)=r(\bar{A})=n$

79、线性方程组  $AX=b$  的增广矩阵

$\bar{A}$  化成梯形矩阵后为  $\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d+1 \end{bmatrix}$  则当  $d = (-1)$  时, 方程组  $AX=b$  有无穷多解。

80、线性方程组  $AX=b$  有解的充分必要条件是

线性方程组  $AX=b$  有解的充分必要条件是 \_\_\_\_\_

答案:  $r(A)=r(\bar{A})$

81、线性方程组的一般解中自由未知生产某种产品的成本函数为  $C(q) = 80 + 2q$ , 则当产量  $q=50$  时, 该产品的平均成本未知量的个数为 ( )。

答案: 3.6

82、已知

已知  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ , 若  $f(x)$  在  $x=1$  处连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_。

答案: 2

83、已知  $f(x) = 1 - \sin x/x$ , 当  $x \rightarrow ()$  时, 为无穷小量。

答: 0

84、已知, 当时, 为无穷小量。

已知  $f(x) = 1 - \frac{\sin x}{x}$ , 当  $x \rightarrow$  \_\_\_\_\_ 时,  $f(x)$  为无穷小量。

答案: 0

85、已知, 若在  $x=0$  处连续, 则  $k=$ 。

已知  $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ , 若  $f(x)$  在  $x=0$  处连续, 则  $k =$  \_\_\_\_\_。

答案: 1

86、已知, 若在  $x=1$  处连续, 则  $a=$ 。

已知  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ , 若  $f(x)$  在  $x=1$  处连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

答案: 2

87、已知齐次线性方程组  $AX=O$  中  $A$  为  $3 \times 5$  矩阵, 则  $r(A) \leq (3)$

88、已知生产某种产品的成本函数为  $C(q)=80+2q$ , 则当产量  $q=50$  时, 该产品的平均成本为()

答案: 3.6

89、已知生产某种产品销售的成本函数为

$C(q)=80+2q$ , 则当产量  $q=50$  时, 该产品的平均成本为( )。

答案: 3.6

90、已知需求函数  $q=$

已知需求函数  $q = \frac{20}{3} - \frac{2}{3}p$ , 其中  $p$  为价格, 则需求弹性  $E_p = -\frac{p}{p-10}$ .

91、在  $(1, 1)$  点的切线斜率是。

$(z) = \sqrt{1-x^2}$  在  $(1, 1)$  点的切线斜率是 \_\_\_\_\_.

$-\frac{1}{2}$

答案:

92、在  $x=2$  处的切线斜率是。

$f(x) = \sqrt{x+2}$  在  $x=2$  处的切线斜率是 \_\_\_\_\_.

$\frac{1}{4}$

答案:

应用分析题(18)--: (微信号: )

1、已知某产品的边际成本  $C'(x)=2$ (元/件), 固定成...

2、某厂每天生产某种产品  $q$  件的成本函数为...

3、某厂生产某种产品  $q$  件时的总成本函数为...

4、某厂生产某种产品的总成本为  $C(x) = 3+x$  (万元), 其中...

5、设某产品的固定成本为 36 (万元), 且边际成本为...

6、设生产某产品的总成本函数为

7、设生产某种产品  $q$  个单位时的成本函数为  $C(q) = 10...$

8、设生产某种产品  $q$  个单位时的成本函数为:...

9、设生产某种产品  $q$  个单位时的成本函数为  $C(q) = 10...$

10、生产某产品的边际成本为  $C'(x) = 8x$  (万元/万台), ...

11、投产某产品的固定成本为 36 (万元), 且产量 (万台)...

12、已知某产品的边际成本为

13、已知某产品的边际成本为

14、已知某产品的边际成本为

15、已知某产品的边际成本为  $C'(q) = 4q-3$  (万元/万台)...

16、已知某产品的销售价格  $p$  (元/件) 是销售量  $q$ (件)...

17、已知生产某产品的边际成本为

18、已知生产某产品的边际成本为  $C'(x) = 2$  (元/件), 边...

1、已知某产品的边际成本  $C'(x)=2$ (元/件), 固定成本为 0,

固定成本为 0, 边际收益  $R(x)=12-0.02x$ , 问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

15. 解: 因为边际利润

$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 12 - 0.02x - 2 = 10 - 0.02x$

令  $L'(x) = 0$ , 得  $x = 500$

$x=500$  是惟一驻点, 而该问题确实存在最大值. 即产量为 500 件时利润最大.

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$\Delta L = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = 500 - 525 = -25$  (元)

即利润将减少 25 元.

2、某厂每天生产某种产品  $q$  件的成本函数为

$C(q) = 0.5q^2 + 36q + 9800$  (元).

为使平均成本最低, 每天产量应为多少? 此时, 每件产品平均成本为多少?

$$\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = 0.5q + 36 + \frac{9800}{q} \quad (q > 0)$$

解：因为

$$\bar{C}'(q) = 0.5 - \frac{9800}{q^2}$$

令  $\bar{C}'(q) = 0$ , 得  $q_1 = 140, q_2 = -140$  (舍去).

可以验证  $q_1 = 140$  是平均成本函数  $\bar{C}(q)$  的最小值点, 即使平均成本最低, 每天产量应为 140 件. 此时的平均成本为

$$\bar{C}(140) = 0.5 \times 140 + 36 + \frac{9800}{140} = 176 \text{ (元 / 件)}$$

3、某厂生产某种产品  $q$  件时的总成本函数为

$C(q) = 20 + 49q + 0.0193q^2$  (元), 单位销售价格为  $p = 14 - 0.01q$  (元/件),

问产量为多少时可使利润最大? 最大利润是多少?

15. 解: 由已知得收入函数

$$R = qp = q(14 - 0.01q) = 14q - 0.01q^2$$

利润函数

$$L = R - C = 14q - 0.01q^2 - 20 - 49q - 0.01q^2 = 10q - 20 - 0.02q^2$$

于是得到

$$L' = 10 - 0.04q$$

令  $L' = 10 - 0.04q = 0$ , 解出唯一驻点  $q = 250$ . 因为利润函数存在着最大值, 所

以当产量为 250 件时可使利润达到最大.

且最大利润为

$$L(250) = 10 \times 250 - 20 - 0.02 \times (250)^2 = 1230 \text{ (元)}$$

4、某厂生产某种产品的总成本为  $C(x) = 3 + x$  (万元), 其中  $x$  为产量, 单位: 百吨. 边际收入为

$R'(x) = 15 - 2x$  (万元/百吨), 求:

(1) 利润最大时的产量?

(2) 从利润最大时的产量再生产 1 百吨, 利润有什么变化?

15. 解: (1) 因为边际成本  $C'(x) = 1$ , 边际利润

$$\begin{aligned} L'(x) &= R'(x) - C'(x) \\ &= 15 - 2x - 1 = 14 - 2x \end{aligned}$$

令  $L'(x) = 0$  得  $x = 7$  (百吨)

又  $x = 7$  是  $L(x)$  的唯一驻点, 根据问题的实际意义可知

$L(x)$  存在最大值, 故  $x = 7$  是

$L(x)$  的最大值点, 即当产量为 7 (百吨) 时, 利润最大. ....

$$\begin{aligned} (2) L &= \int_7^8 L'(x) dx = \int_7^8 (14 - 2x) dx \\ &= (14x - x^2) \Big|_7^8 = -1 \end{aligned}$$

即从利润最大时的产量再生产 1 百吨, 利润将减少 1 万元.

5、设某产品的固定成本为 36 (万元), 且边际成本为

$C'(x) = 2x + 40$  (万元/百台) 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量, 及产量为多少时,

可使平均成本达到最低.

解: 当产量由 4 百台增至 6 百台时, 总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)}$$

$$\text{又 } \bar{C}(x) = \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 40x + 36}{x}$$

$$= x + 40 + \frac{36}{x}$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 6.$$

又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以当  $x = 6$  时可使平均成本达到最小.

6、设生产某产品的总成本函数为

$C(x)=3+z(\text{万元})$ ,其中  $x$  为产量,单位:百吨。销售  $x$  百吨时的边际收入为

$R'(z)=15-2r(\text{万元/百吨})$ ,求:

- (1) 利润最大时的产量;
- (2) 在利润最大时的产量的基础上再生产 1 百吨,利润会发生什么变化?

解:

(1) 因为边际成本为  $C'(x)=1$

边际利润  $L'(x)=R'(x)-C'(x)=14-2x$

令  $L'(x)=0$ ,得  $x=7$ ,可以验证  $x=7$  为利润函数  $L(x)$  的最大值点,因此,当产量为 7 吨时利润最大。

(2) 当产量由 7 百吨增加至 8 百吨时,利润改变量为

$$\begin{aligned} \Delta L &= \int_7^8 (14-2x) dx = (14x-x^2) \Big|_7^8 \\ &= 112-64-98+49 = -1(\text{万元}) \end{aligned}$$

即利润将减少 1 万元。

7、设生产某种产品  $g$  个单位时的成本函数为  $C(q)=100+0.25g^2+6g$  (万元),求: (1)  $g=10$  时的总成本、平均成本和边际成本; (2) 产量  $q$  为多少时,平均成本最小?

15. 解:(1)当  $q=10$  时的总成本为

$$C(10)=100+0.25 \times 10^2+6 \times 10=185(\text{万元}),$$

$$\text{平均成本为 } \bar{C}(10)=\frac{C(10)}{10}=18.5(\text{万元/单位}),$$

$$\text{边际成本为 } C'(10)=(0.5q+6) \Big|_{q=10}=11(\text{万元/单位}).$$

$$(2) \text{ 因为 } \bar{C}(q)=\frac{C(q)}{q}=\frac{100}{q}+0.25q+6,$$

$$\text{令 } \bar{C}'(q)=-\frac{100}{q^2}+0.25=0, \text{ 解得唯一驻点 } q=20(q=-20 \text{ 舍去}).$$

$$\text{又 } \bar{C}''(q)=\frac{200}{q^3}>0, \text{ 所以 } q=20 \text{ 是平均成本函数 } \bar{C}(q) \text{ 的极小值点,也是最小值点.}$$

因此,当产量  $q=20$  时,可使平均成本最小. .... 20 分

8、设生产某种产品  $q$  个单位时的成本函数为:

$$C(q)=100+0.25q^2+6q \text{ (万元)},$$

求:(1) 当  $q=10$  时的总成本、平均成本和边际成本;

(2) 当产量  $q$  为多少时,平均成本最小?

15. 解:(1)因为总成本、平均成本和边际成本分别为:

$$C(q)=100+0.25q^2+6q, \bar{C}(q)=\frac{100}{q}+0.25q+6,$$

$$C'(q)=0.5q+6.$$

$$\text{所以, } C(10)=100+0.25 \times 10^2+6 \times 10=185,$$

$$\bar{C}(10)=\frac{100}{10}+0.25 \times 10+6=18.5,$$

$$C'(10)=0.5 \times 10+6=11.$$

$$(2) \text{ 令 } \bar{C}'(q)=-\frac{100}{q^2}+0.25=0, \text{ 得 } q=20(q=-20 \text{ 舍去}).$$

因为  $q=20$  是其在定义域内唯一驻点,且该问题确实存在最小值,所以当  $q=20$  时,平均成本最小。

9、设生产某种产品  $q$  个单位时的成本函数为  $C(q)=100+0.25q^2+6q$  (万元),求:

求:①  $q=10$  时的总成本、平均成本和边际成本;② 产量  $q$  为多少时,平均成本最小。

15. 解:①当  $q=10$  时的总成本为

$$C(10)=100+0.25 \times (10)^2+6 \times 10=185(\text{万元}),$$

$$\text{平均成本为 } \bar{C}(10)=\frac{C(10)}{10}=18.5(\text{万元/单位}),$$

$$\text{边际成本为 } C'(10)=(0.5q+6) \Big|_{q=10}=11(\text{万元/单位}).$$

$$\text{② 因为 } \bar{C}(q)=\frac{C(q)}{q}=\frac{100}{q}+0.25q+6,$$

$$\text{令 } \bar{C}'(q)=-\frac{100}{q^2}+0.25=0, \text{ 解得唯一驻点 } q=20(q=-20 \text{ 舍去}).$$

又  $\bar{C}''(q) = \frac{200}{q^3} > 0$ , 所以  $q=20$  是平均成本函数  $\bar{C}(q)$  的极小值, 也是最小值.

因此, 当产量  $q=20$  时, 可使平均成本最小.

10、生产某产品的边际成本为  $C'(x) = 8x$  (万元/百台),

15. 生产某产品的边际成本为  $C'(x) = 8x$  (万元/百台), 边际收入为  $R'(x) = 100 - 2x$  (万元/百台), 其中  $x$  为产量, 求: ①产量为多少时利润最大; ②在最大利润产量的基础上再生产 2 百台, 利润将会发生什么变化.

解: ①因为边际利润为

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 100 - 2x - 8x = 100 - 10x$$

令  $L'(x) = 100 - 10x = 0$ , 解得唯一驻点  $x = 10$ .

又  $L''(x) = -10 < 0$ , 所以  $x = 10$  就是利润函数  $L(x)$  的极大值,

也是最大值, 因此, 当产量为 10 (百台) 时可使利润达到最大.

$$\Delta L = \int_{10}^{12} (100 - 10x) dx = (100x - 5x^2) \Big|_{10}^{12} = -20$$

即利润将减少 20 (万元).

11、投产某产品的固定成本为 36 (万元), 且产量 (百台) 时的边际成本为

$C'(x) = 2x + 60$  (万元/百台), 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量,

及产量为多少时, 可使平均成本达到最低。

15. 解: 当产量由 4 百台增至 6 百台时, 总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 60) dx = (x^2 + 60x) \Big|_4^6 = 140 \text{ (万元)}$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \bar{C}(x) &= \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 60x + 36}{x} \\ &= x + 60 + \frac{36}{x} \end{aligned}$$

令  $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$ , 解得  $x = 6$ .

又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以, 当  $x=6$  (百台) 时可使平均成本达到最低.

12、已知某产品的边际成本为

$C'(x) = 2$  (元/件) 边际收入为  $R'(z) = 12 - 0.02z$ , 问产量为多少时利润最大? 在最大利

润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

解: 边际利润

$$L'(z) = R'(z) - C'(z) = 12 - 0.02z - 2 = 10 - 0.02z$$

令  $L'(x) = 0$ , 得  $x = 500$

又  $z = 500$  是  $L(z)$  的唯一驻点, 根据问题的实际意义可知  $L(x)$  存在最大值, 故  $x = 500$  是  $L(x)$  的最大值点, 即当产量为 500 件时, 利润最大.

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} (10 - 0.02z) dz = (10z - 0.01z^2) \Big|_{500}^{550} = -25$$

即在最大利润产量的基础上再生产 30 件, 利润将减少 25 元.

13、已知某产品的边际成本为

$C'(z) = 6z - 4$  (万元/百台)  $x$  为产量 (百台), 固定成本为 27 (万元), 求最低平均成本.

解: 因为总成本函数为

$$C(x) = \int (6x - 4) dx = 3x^2 - 4x + c$$

当  $x=0$  时,  $C(0)=27$ , 得  $c=27$ , 即

$$C(x) = 3x^2 - 4x + 27$$

又平均成本函数为

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = 3x - 4 + \frac{27}{x}$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 3 - \frac{27}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 3 \text{ (百台)}$$

该问题确实存在平均成本最低的产量。所以, 当  $x=3$  时, 平均成本最低, 最低平均成本为

$$C(3) = 3 \times 3 - 4 + \frac{27}{3} = 14 \text{ (万元/百台)}$$

14、已知某产品的边际成本为

$$C'(x) = 4x - 3 \text{ (万元/百台)},$$

$x$  为产量 (百台), 固定成本为 18 (万元), 求最低平均成本。

解: 因为总成本函数为

$$C(x) = \int (4x - 3) dx = 2x^2 - 3x + c$$

当  $x=0$  时,  $C(0)=18$ , 得  $c=18$ , 即

$$C(x) = 2x^2 - 3x + 18$$

又平均成本函数为

$$A(x) = \frac{C(x)}{x} = 2x - 3 + \frac{18}{x}$$

$$\text{令 } A'(x) = 2 - \frac{18}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 3 \text{ (百台)},$$

可以验证  $x=3$  是  $A(x)$  的最小值点, 所以当  $x=3$  时, 平均成本最低。最低平均成本为

$$A(3) = 2 \times 3 - 3 + \frac{18}{3} = 9 \text{ (万元/百台)}$$

15、已知某产品的边际成本为  $C'(q) = 4q - 3$  (万元/百台),  $q$  为产量 (百台), 固定成本为 18 (万元), 求最低平均成本。

解: 因为总成本函数为

$$C(q) = \int (4q - 3) dq = 2q^2 - 3q + c,$$

当  $q=0$  时,  $C(0) = 18$ , 得  $c=18$ , 即

$$C(q) = 2q^2 - 3q + 18$$

又平均成本函数为

$$A(q) = \frac{C(q)}{q} = 2q - 3 + \frac{18}{q}$$

$$\text{令 } A'(q) = 2 - \frac{18}{q^2} = 0, \text{ 解得 } q = 3 \text{ (百台)}$$

该题确实存在使平均成本最低的产量, 所以当  $x=3$  时, 平均成本最低, 最低平均成本为

$$A(3) = 2 \times 3 - 3 + \frac{18}{3} = 9 \text{ (万元/百台)}$$

16、已知某产品的销售价格  $p$  (元/件) 是销售量  $q$  (件) 的函数

$p = 400 - \frac{q}{2}$ , 而总成本为  $C(q) = 100q + 1500$ (元),

假设生产的产品全部售出, ♪

求 (1) 产量为多少时利润最大? ♪

(2) 最大利润是多少? ♪

解: 收入函数为  $R = pq = (400 - \frac{q}{2})q = 400q - \frac{q^2}{2}$

$$L = R - C = 400q - \frac{q^2}{2} - (100q + 1500) = 300q - \frac{q^2}{2} - 1500$$

边际利润为

$$\begin{aligned} L'(x) &= R'(q) - C'(q) \\ &= 300 - q \end{aligned}$$

令  $L'(q) = 0$  得  $q = 300$ , 即产量为 300 件时利润最大.

$$\text{最大利润为 } L(300) = 300 \times 300 - \frac{300^2}{2} - 1500 = 43500 \text{ (元)}$$

17、已知生产某产品的边际成本为

$C''(q) = 8q$ (万元/百台), 边际收入为  $R'(q) = 100 - 2y$

(万元/百台), 其中  $q$  为产量, 问产量多少时, 可使利润达到最大? 在利润最大时的产量基础上再生产 2 百台, 利润将会有怎样的变化?

$$\text{解: } L'(q) = R'(q) - C''(q) = (100 - 20) - 8q = 100 - 10q$$

令  $L'(q) = 0$ , 得  $q = 10$ (百台)

又  $q = 10$  是  $L(q)$  的唯一驻点, 该

该问题确实存在最大值, 即当产量为 10(百台)时利润最大.

$$\text{又 } \Delta L = \int_{10}^{12} L'(q) dq = \int_{10}^{12} (100 - 10q) dq = (100q - 5q^2) \Big|_{10}^{12} = -20$$

即在利润最大时的产量基础上再生产 2 百台, 利润将减少 20 万元。

18、已知生产某产品的边际成本为  $C'(X) = 2$  (元/件), 边际收入为  $R'(X) = 12 - 0.02X$ , 问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

已知生产某产品的边际成本为  $C'(X) = 2$  (元/件), 边际收入为  $R'(X) = 12 - 0.02X$ , 问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

答案: 解: 边际利润

$$L'(X) = R'(X) - C'(X) = 12 - 0.02X - 2 = 10 - 0.02X$$

令  $L'(X) = 0$ , 得  $X = 500$

又  $x = 500$  是  $L(x)$  的唯一驻点, 根据问题的实际意义可知  $L(x)$  存在最大值, 故  $x = 500$  是  $L(x)$  的最大值点, 即当产量为 500 件时, 利润最大. 10 分

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} L'(x) dx = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = -25$$

即在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将减少 25 元.....20 分

微积分计算(42)--: (微信搜: )

- 1、[计算](#) $\int \pi/2$
- 2、[计算不定积分](#) $\int xv+xdx$
- 3、[计算不定积分](#) $\int e1$
- 4、[计算不定积分](#) $\int e1$
- 5、[计算不定积分](#) $\int \ln x$
- 6、[计算不定积分](#) $\int \ln x$
- 7、[计算不定积分](#) $\int \sin 1x$
- 8、[计算不定积分](#) $\int x/\cos 2x$
- 9、[计算不定积分](#) $\int (2x+1) 10dx$ 。
- 10、[计算定积分](#) $\int 1$
- 11、[计算定积分](#) $\int 41$
- 12、[计算定积分](#) $\int e$
- 13、[计算定积分](#) $\int e1$
- 14、[计算定积分](#) $\int e1x \ln x dx$ 。
- 15、[计算定积分](#) $\int e1x \ln x dx$ 。
- 16、[计算定积分](#) $\int \ln 3$

17、计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$ 18、计算定积分 $\int_0^{\pi/2}$ 19、计算定积分 $\int_0^{\pi/2}$ 20、计算积分 $\int_0^{\pi/2}$ 21、计算极限  $\lim_{x \rightarrow 2}$ 22、计算极限  $\lim_{x \rightarrow 4}$ 23、计算计算 $\int_0^{\pi/2}$ 24、设  $y = \ln(1 + \sin x)$ , 求  $y'$ 25、设  $y = 2x - \cos x^2$ , 求  $dy$ .26、设  $y = 3x + \cos 5x$ , 求  $dy$ .27、设  $y = 3x + \cos 5x$ , 求  $dy$ .28、设  $y = \cos 2x + \ln x$ , 求  $y$ .29、设  $y = \cos x + \ln 2x$ , 求  $dy$ .30、设  $y = \cos x + \ln 3x$ , 求  $y$ .31、设  $y = e^{-5x} - \tan x$ , 求  $dy$ .32、设  $y = e^{-x^2} + \cos 2x$ , 求  $y'$ .33、设  $y = e^{1/x} + 5x$ 34、设  $y = e^x + x$ , 求  $y'$ .35、设  $y = e \sin x$ , 求  $dy$ .36、设  $y = e^x + \ln \cos x$ , 求  $dy$ 37、设  $y = e^{x^2} + xx$ , 求  $y'$ .38、设  $y = \ln 3x - \cos 5x$ , 求  $dy$ .39、设  $y = \ln 2x + e^{-3x}$ , 求  $dy$ .40、设  $y = \sin$ 41、设  $y = x^5$ 42、已知  $y = 2x - \cos$ 1、计算 $\int_0^{\pi/2}$ 计算  $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$ .

12. 解:由分部积分法得

$$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 1$$

2、计算不定积分 $\int x^2 + x dx$ 计算不定积分  $\int x \sqrt{2+x^2} dx$ .

$$\text{解: } \int x \sqrt{2+x^2} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{2+x^2} d(2+x^2) = \frac{1}{3} (2+x^2) \sqrt{2+x^2} + c$$

3、计算不定积分 $\int_1^e$ 计算不定积分  $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ .

解:由分部积分法得

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^e + \int_1^e \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{e} - \frac{1}{x} \Big|_1^e = 1 - \frac{2}{e}$$

4、计算不定积分 $\int_1^e$ 计算不定积分  $\int_1^e x \ln x dx$ .

解:由分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_1^e x \ln x dx &= \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x) \\ &= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

5、计算不定积分 $\int \ln x$ 计算不定积分  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ .

12. 解:由分部积分法得

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 2 \int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + c$$

6、计算不定积分 $\int \ln x$ 计算不定积分  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ .

12. 解：由分部积分法得

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 2 \int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + c$$

7. 计算不定积分  $\int \sin \frac{1}{x} dx$

$$\text{计算不定积分 } \int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx.$$

$$\text{解：} \int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = - \int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c$$

8. 计算不定积分  $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$

$$\text{计算不定积分 } \int \frac{x}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{解：} \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = \int x \tan x dx = x \tan x - \int \tan x dx$$

9. 计算不定积分  $\int (2x+1)^{10} dx$ .

$$\text{计算不定积分 } \int (2x+1)^{10} dx.$$

3. 解：由换元积分法得

$$\int (2x+1)^{10} dx = \frac{1}{2} \int (2x+1)^{10} d(2x+1) = \frac{1}{22} (2x+1)^{11} + c$$

10. 计算定积分  $\int_0^1 x e^{-2x} dx$

$$\text{计算定积分 } \int_0^1 x e^{-2x} dx.$$

12. 解：由定积分的分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_0^1 x e^{-2x} dx &= -\frac{1}{2} \int_0^1 x d(e^{-2x}) = -\frac{1}{2} x e^{-2x} \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-2x} dx \\ &= -\frac{1}{2} e^{-2} - \frac{1}{4} e^{-2x} \Big|_0^1 = -\frac{3}{4} e^{-2} + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

11. 计算定积分  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

$$\text{计算定积分 } \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$\text{解：} \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 2e^{\sqrt{x}} d\sqrt{x} = 2e^{\sqrt{x}} \Big|_1^4 = 2e^2 - 2e$$

12. 计算定积分  $\int_1^e x \ln x dx$

$$\text{计算定积分 } \int_1^e x \ln x dx.$$

$$\begin{aligned} \text{解：} \int_1^e x \ln x dx &= \frac{1}{2} \int_1^e \ln x d(x^2) = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x) \\ &= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

13. 计算定积分  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$

$$\text{计算定积分 } \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx.$$

$$\begin{aligned} \text{解：} \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx &= \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{1+\ln x}} d(1+\ln x) = 2\sqrt{1+\ln x} \Big|_1^{\sqrt{3}} \\ &= 2(\sqrt{3}-1) \end{aligned}$$

14. 计算定积分  $\int_1^e \frac{1}{x \ln x} dx$

计算定积分  $\int_1^e x \ln x dx$

12. 解：由分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_1^e x \ln x dx &= \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x) \\ &= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

15、计算定积分  $\int_1^e x \ln x dx$ .

计算定积分  $\int_1^e x \ln x dx$ .

解：  $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4} (e^2 + 1)$

16、计算定积分  $\ln 3$

计算定积分  $\int_0^{\ln 3} e^x (1+e^x)^2 dx$ .

解：  $\int_0^{\ln 3} e^x (1+e^x)^2 dx = \int_0^{\ln 3} (1+e^x)^2 d(1+e^x)$   
 $= \frac{1}{3} (1+e^x)^3 \Big|_0^{\ln 3} = \frac{56}{3}$

17、计算定积分  $\int_1^e x \ln x dx$

计算定积分  $\int_1^e x \ln x dx$ .

解：  $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4} (e^2 + 1)$

18、计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ .

解：由分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx &= -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \\ &= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

$$= 1 \dots\dots\dots$$

19、计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$

计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ .

12. 解：由定积分的分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d(-\cos x) = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \\ &= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 \end{aligned}$$

20、计算积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$

计算积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$ .

解：  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$   
 $= \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$

21、计算极限  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8}$

计算极限  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8}$ .

解:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-4} = \frac{1}{2}$

22、计算极限  $\lim_{x \rightarrow 4}$

计算极限  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 5x + 4}$ 。

解:  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 5x + 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+3)}{(x-4)(x-1)} = \frac{7}{3}$

23、计算  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

计算  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ 。

答案:

12. 解: 由分部积分法得

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$

24、设  $y = \ln(1 + \sin x)$ , 求  $y'$

解:  $y' = (\ln(1 + \sin x))' = \frac{(1 + \sin x)'}{1 + \sin x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

25、设  $y = 2x - \cos x^2$ , 求  $dy$ .

设  $y = 2x - \cos x^2$ , 求  $dy$ .

解:  $y' = 2 + 2x \sin x^2$

$dy = (2 + 2x \sin x^2) dx$

答案:

26、设  $y = 3^x + \cos x$ , 求  $dy$ .

设  $y = 3^x + \cos x$ , 求  $y$ .

11. 解: 由微分四则运算法则和微分基本公式得

$dy = d(3^x + \cos^5 x) = d(3^x) + d(\cos^5 x)$

$= 3^x \ln 3 dx + 5 \cos^4 x d(\cos x)$

$= 3^x \ln 3 dx - 5 \sin x \cos^4 x dx$

$= -(3^x \ln 3 - 5 \sin x \cos^4 x) dx$

27、设  $y = 3x + \cos 5x$ , 求  $dy$ .

11. 解: 由微分运算法则和微分基本公式得

$dy = d(3^x + \cos^5 x) = d(3^x) + d(\cos^5 x)$

$= 3^x \ln 3 dx + 5 \cos^4 x d(\cos x)$

$= 3^x \ln 3 dx - 5 \sin x \cos^4 x dx$

$= (3^x \ln 3 - 5 \sin x \cos^4 x) dx$

28、设  $y = \cos 2^x + \ln x$ , 求  $y'$ .

$y = \cos 2^x + \ln x$ , 求  $y'$ .

解: 由导数四则运算法则和导数基本公式得

$y' = (\cos 2^x + \ln x)' = (\cos 2^x)' + (\ln x)'$

$= -\sin 2^x (2^x)' + \frac{1}{x}$

$= -2^x \ln 2 \sin 2^x + \frac{1}{x}$

29、设  $y = \cos x + \ln 3x$ , 求  $dy$ .

设  $y = \cos x + \ln 3x$ , 求  $y$ .

解:  $y' = -\sin x + 2 \ln x (\frac{1}{x}) = \frac{2}{x} \ln x - \sin x$

$$dy = \left(\frac{2}{x} \ln x - \sin x\right) dx$$

30、设  $y = \cos x + \ln 3x$ , 求  $y'$ .

设  $y = \cos z + \ln' z$ , 求  $y'$ .

解: 由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$\begin{aligned} y' &= (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)' \\ &= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)' \\ &= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \end{aligned}$$

31、设  $y = e^{-5x} - \tan x$ , 求  $dy$ .

设  $y = e^{-5x} - \tan x$ , 求  $dy$ .

$$11. \text{解: } y' = (e^{-5x})' - (\tan x)' = -5e^{-5x} - \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$dy = \left(-5e^{-5x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$$

32、设  $y = e^{-x^2} + \cos 2x$ , 求  $y'$ .

设  $y = e^{-z} + \cos 2z$ , 求  $y'$ .

解:  $y' = e^{-z} \cdot (-z)' - \sin 2x(2x)' = -2xe^{-x^2} - 2\sin 2x$

33、设  $y = e^{1/x} + 5x$

设  $y = e^{\frac{1}{z}} + 5z$ , 求  $dy$ .

$$\text{解: } y' = e^{\frac{1}{z}} \left(-\frac{1}{z^2}\right) + 5 \ln 5$$

$$\begin{aligned} dy &= y' dx \\ &= \left(5 \ln 5 - \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^2}\right) dx \end{aligned}$$

34、设  $y = e^{2+x}$ , 求  $y'$ .

设  $y = e^{2x} + x\sqrt{x}$ , 求  $y'$ .

$$\text{解: } y' = (e^{2x})' + (x\sqrt{x})' = e^{2x} \cdot (2x)' + \frac{3}{2}\sqrt{x} = 2e^{2x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

35、设  $y = e^{\sin x}$ , 求  $dy$ .

设  $y = e^{\sin x} + x\sqrt{x}$ , 求  $dy$ .

$$\begin{aligned} \text{解: } y' &= (e^{\sin x} + x\sqrt{x})' = (e^{\sin x})' + (x\sqrt{x})' \\ &= e^{\sin x} (\sin x)' + (x^{\frac{3}{2}})' \\ &= \cos x e^{\sin x} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$dy = (\cos x e^{\sin x} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}) dx$$

36、设  $y = e^x + \ln \cos x$ , 求  $dy$

设  $y = e^t + \ln \cos t$ , 求  $y'$ .

$$\text{解: } y' = e^t - \frac{1}{\cos t} (-\sin t) = e^t + \tan t$$

$$\begin{aligned} dy &= y' dx \\ &= (e^t + \tan t) dx \end{aligned}$$

37、设  $y = e^{2x} + x\sqrt{x}$ , 求  $y'$ .

设  $y = e^{2x} + x\sqrt{x}$ , 求  $y'$ .

$$\text{解: } y' = (e^{2x})' + (x\sqrt{x})' = e^{2x} \cdot (2x)' + \frac{3}{2}\sqrt{x} = 2e^{2x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

38、设  $y = \ln 3x - \cos 5x$ , 求  $dy$ .

设  $y = \ln^3 x - \cos 5x$ , 求  $dy$ .

$$\begin{aligned} \text{解: } y' &= (\ln^3 x - \cos 5x)' = (\ln^3 x)' - (\cos 5x)' \\ &= 3 \ln^2 x (\ln x)' + \sin 5x \cdot (5x)' \\ &= \frac{3 \ln^2 x}{x} + 5 \sin 5x \\ dy &= \left( \frac{3 \ln^2 x}{x} + 5 \sin 5x \right) dx \end{aligned}$$

39、设  $y = \ln x + e^{-3x}$ , 求  $dy$ .

设  $y = \ln x + e^{-3x}$ , 求  $dy$ .

$$11. \text{ 解: 因为 } y' = 2 \ln x (\ln x)' - 3e^{-3x} = \frac{2 \ln x}{x} - 3e^{-3x}$$

$$\text{所以 } dy = \left( \frac{2 \ln x}{x} - 3e^{-3x} \right) dx$$

40、设  $y = \sin$

$$\text{设 } y = \sin \sqrt{x} + \frac{x-1}{x}, \text{ 求 } y'.$$

解: 由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$$y' = \cos \sqrt{x} \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} = \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$$

41、设  $y = x^5$

$$\text{题目: 设 } y = x^5 + e^{\sin x}, \text{ 求 } dy.$$

11. 解: 由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(x^5 + e^{\sin x}) = d(x^5) + d(e^{\sin x})$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} d(\sin x)$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} \cos x dx$$

$$= (5x^4 + e^{\sin x} \cos x) dx$$

42. 已知  $y = 2^x - \cos x$

$$\text{已知 } y = 2^x - \frac{\cos x}{x}, \text{ 求 } dy.$$

$$\text{解: 因为 } y'(x) = (2^x - \frac{\cos x}{x})' = 2^x \ln 2 - \frac{-x \sin x - \cos x}{x^2}$$

$$= 2^x \ln 2 + \frac{x \sin x + \cos x}{x^2}$$

$$\text{所以 } dy = (2^x \ln 2 + \frac{x \sin x + \cos x}{x^2}) dx$$

线性代数计算题(38)---: (微信搜: )

- 1、[A=1-15,-113, 1-2-1 求 \(I+A\) 1](#)
- 2、[当取何值时, 线性方程组有解, 在有解的情况下求...](#)
- 3、[当取何值时, 线性方程组有解? 有解时求其一般解...](#)
- 4、[解矩阵方程。](#)
- 5、[求  \$\lambda\$  为何值时, 线性方程组](#)
- 6、[求非齐次线性方程组  \$x\_1+2x\_2+x\_3=8, 2x\_1+x\_2-x\_3=...\$](#)
- 7、[求非齐次线性方程组  \$\{x\_1+x\_2+x\_3=3\$](#)
- 8、[求齐次线性方程组](#)
- 9、[求齐次线性方程组  \$\{x\_1+2x\_2\$](#)
- 10、[求齐次线性方程组  \$\{x\_1+x\_2+2x\_3-x\_4=0\$](#)
- 11、[求齐次线性方程组的一般解。](#)
- 12、[求下列线性方程组的一般解。](#)

- 13、求下列线性方程组的一般解。
- 14、求线性方程组
- 15、求线性方程组 $\{x_1-3x_2-2x_3-x_4=2$
- 16、求线性方程组 $\{x_1-x_2+x_4=2$
- 17、求线性方程组的一般解。
- 18、求线性方程组的一般解。
- 19、求线性方程组的一般解。
- 20、求线性方程组的一般解。
- 21、设  $A=[-113]$ ，求  $(I+A)^{-1}$ 。
- 22、设  $A=[10]$
- 23、设  $A=[-1,1,3,1, -1,5,1, -2, -1]$ ，求  $(I+A)^{-1}$ ...
- 24、设  $y=\cos x+\ln 3x$ ，求  $y'$ 。
- 25、设矩阵  $A=[-13-6-3]$ ，求。
- 26、设矩阵  $A=[-1316-3]$ ，求。
- 27、设矩阵  $A=[0-1-3]$ ， $B=I$  是 3 阶单位矩阵，求  $(A+B)^{-1}$ 。...
- 28、设矩阵  $A=[010]$ ，求。
- 29、设矩阵  $A=[01]$ ，计算。
- 30、设矩阵  $A=[0-1-3]$
- 31、设矩阵  $A=[010]$
- 32、设矩阵  $A=[1-10]$
- 33、设矩阵  $A=[100]$
- 34、设矩阵  $A=[110]$ ，计算。
- 35、设矩阵  $A=[10]$
- 36、设矩阵  $A=[23-1]$ ，求。
- 37、讨论  $\lambda$  为何值时，齐次线性方程组...
- 38、已知  $AX=B$ ，其中  $A=[122]$

1、 $A=[-15,-113, 1-2-1]$  求  $(I+A)^{-1}$

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \text{ 求 } (I+A)^{-1}.$$

$$13. \text{ 解: } I+A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots$$

$$[I+A \quad I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{因此, } (I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

2、当取何值时，线性方程组有解，在有解的情况下求方程组的一般解。

14. 当  $\lambda$  取何值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解，在有解的情况下求方程组的一般解。

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

由此可知当  $\lambda \neq 3$  时,方程组无解。当  $\lambda = 3$  时,方程组有解。

所以一般解为  $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases}$  (其中  $x_3, x_4$  是自由未知量)

3、当取何值时,线性方程组有解? 有解时求其一般解。

当  $\lambda$  取何值时,线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = \lambda \\ -x_1 + 5x_3 = 1 \end{cases}$  有解? 有解时求其一般解。

14. 解:因为增广矩阵

$$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & \lambda \\ -1 & 0 & 5 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -6 & \lambda-2 \\ 0 & 1 & 6 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

所以,当  $\lambda = 0$  时,方程组有解。

此时,方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = 5x_3 - 1 \\ x_2 = -6x_3 + 2 \end{cases}$ , 其中  $x_3$  是自由未知量。

4、解矩阵方程。

解矩阵方程  $X \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ 。

13. 解:因为

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

所以  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ 。 .....10分

因此  $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$ 。 .....15分

5、求  $\lambda$  为何值时,线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = \lambda \end{cases}$$

有解, 并求一般解。

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 1 & -9 & \lambda-6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

因此,当  $\lambda - 3 = 0$  即  $\lambda = 3$  时,方程组有解。

方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = 5x_3 - 1 \\ x_2 = 9x_3 - 3 \end{cases}$ , 其中  $x_3$  是自由未知量。

6、求非齐次线性方程组  $x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, 2x_1 + x_2 - x_3 = 7, x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4$  的一般解

求非齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4 \end{cases}$  的一般解。

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \\ 1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & -3 & -9 \\ 0 & -4 & -4 & -12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

因此,方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2 \\ x_2 = -x_3 + 3 \end{cases}$ , 其中  $x_3$  是自由未知量.

7、求非齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$  的一般解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

解:对增广矩阵做初等行变换,可得.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \\ 0 & -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

因此,方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = 2x_3 + 1 \\ x_2 = -3x_3 + 2 \end{cases}$ , 其中  $x_3$  是自由未知量.

8、求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$
 的一般解.

解:当产量由 4 百台增至 6 百台时,总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)}$$

$$\text{又 } \bar{C}(x) = \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 40x + 36}{x} = x + 40 + \frac{36}{x}$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 6.$$

又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量,所以,当  $x=6$  时可使平均成本达到最小.

9、求齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$  的一般解.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

14. 解:因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

所以一般解为  $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$  (其中  $x_3, x_4$  是自由未知量).

10、求齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$  的一般解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

14. 解：因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以一般解为  $\begin{cases} x_1 = -3x_3 + 2x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$  (其中  $x_3, x_4$  是自由未知量)

11、求齐次线性方程组的一般解。

求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \end{cases} \text{ 的一般解。}$$

14. 解：因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = -3x_3 - x_4 \\ x_2 = 2x_3 + x_4 \end{cases}$ , 其中  $x_3, x_4$  是自由未知量。

12、求下列线性方程组的一般解。

14. 求下列线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解。

14. 解：因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(12分)

所以一般解为  $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$  (其中  $x_3, x_4$  是自由未知量)

(15分)

13、求下列线性方程组的一般解。

14. 求下列线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ -2x_1 + 14x_2 - 6x_3 + 12x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解。

解：系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 14 & -6 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -9 & 4 & -9 \\ 0 & 18 & -8 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{9} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{9} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

∴ 一般解为  $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{9}x_3 - x_4 \\ x_2 = \frac{4}{9}x_3 - x_4 \end{cases}$  (其中  $x_3, x_4$  是自由未知量)

14、求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

的一般解。

解：将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此得到方程组的一般解

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 + 16 \\ x_2 = 8x_4 + 9 \\ x_3 = -5x_4 - 6 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 是自由未知量})$$

15、求线性方程组  $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$

求线性方程组  $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$  的一般解。

14. 解：将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此得到方程组的一般解

16、求线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$

求线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$  的一般解。

14. 解：因为  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

故方程组的一般解为：

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 是自由未知量})$$

17、求线性方程组的一般解。

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

解：将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 7 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 1 + 5x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 为自由未知量})$$

18、求线性方程组的一般解。

求线性方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$  的一般解，

14. 解：因为  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以一般解为  $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$  (其中  $x_3, x_4$  是自由未知量)

19、求线性方程组的一般解。

求线性方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$  的一般解。

14. 解 因为增广矩阵

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以一般解为：

$$\begin{cases} x_1 = -2x_3 - 1 \\ x_2 = x_3 + 1 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由未知量})$$

20、求线性方程组的一般解。

求线性方程组  $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$  的一般解.

14. 解: 因为 
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

故方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases}$$

(其中  $x_3, x_4$  是自由未知量)

21、设  $A = [-113]$ , 求  $(I+A)^{-1}$ .

设  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ , 求  $(I+A)^{-1}$ .

解:  $I+A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

$$[I+A \quad I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此,  $(I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ .

22、设  $A = [10]$

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $(A^T B)^{-1}$ .

13. 解:  $A^T B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

$$[A^T B \quad I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

因此,  $(A^T B)^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

23、设  $A = [-1, 1, 3, 1, -1, 5, 1, -2, -1]$ , 求  $(I+A)$

设  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ , 求  $(I+A)^{-1}$ .

13. 解:  $I+A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

$[I+A \quad I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

因此,  $(I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ .

24、设  $y = \cos x + \ln 3x$ , 求  $y'$ .

设  $y = \cos x + \ln^3 x$ , 求  $y'$ .

11. 解: 由导数运算法则和导数基本公式得

$$y' = (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)'$$

$$= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)'$$

$$= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \dots\dots\dots$$

25、设矩阵  $A = [-13-6-3]$ , 求。

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $A^{-1}$ .

解: 因为  $(A \quad I) = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 & -2 & 0 & -13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

所以  $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

26、设矩阵  $A = [-13-6-3]$ , 求。

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ , 求  $A^{-1}B$ .

13. 解: 因为  $(A \ I) = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 & -2 & 0 & -13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

即  $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

所以  $A^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

27、设矩阵  $A=[0-1-3]$ ,  $B=$ ,  $I$  是 3 阶单位矩阵, 求  $(I-A)^{-1}B$ 。

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $I$  是 3 阶单位矩阵, 求  $(I-A)^{-1}B$ 。

13. 解: 由矩阵减法运算得

$$I-A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

即  $(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

由矩阵乘法运算得

$$(I-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -9 & -15 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

28、设矩阵  $A=[010]$ , 求。

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $(I+A)^{-1}$ 。

解:因为  $I+A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

所以  $(I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

29、设矩阵  $A=[01]$ , 计算。

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ , 计算  $(A^T B)^{-1}$ .

13. 解:因为  $A^T B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

所以由公式得  $(A^T B)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

30、设矩阵  $A=[0-1-3]$

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $I$  是 3 阶单位矩阵, 求  $(I-A)^{-1}B$ 。

13. 解:由矩阵减法运算得

$$I-A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

即  $(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

31、设矩阵  $A=[010]$

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $(I+A)^{-1}$ 。

解:

$$I+A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$(I+A \quad I) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

32、设矩阵  $A=[1-10]$

13. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ , 求  $A^{-1}B$ .

解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -6 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

由矩阵乘法得

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -15 & 5 \\ -10 & -15 & 5 \\ 12 & 20 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以一般解为  $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$  (其中  $x_3, x_4$  是自由未知量)

33、设矩阵  $A=[100]$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{求 } (AA^T)^{-1}.$$

解：由矩阵乘法和转置运算得

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } (AA^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

34、设矩阵  $A=[110]$ ，计算。

$$\text{设矩阵 } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{计算 } (AA^T)^{-1}.$$

$$13. \text{解: } AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

因为

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix},$$

$$\text{所以 } (AA^T)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}.$$

35、设矩阵  $A=[10]$

$$\text{设矩阵 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{求 } (B^T A)^{-1}.$$

13. 解：因为

$$B^T A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

所以由公式可得

$$(B^T A)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

36、设矩阵  $A=[23-1]$ ，求。

设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 求  $A^{-1}$ .

解: 因为  $[A \quad I] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

所以  $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

37、讨论  $\lambda$  为何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 13x_3 = 0 \end{cases} \text{有非零解, 并求其一般解。}$$

解:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & 13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & -1 & 13-\lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & 0 & 12-3\lambda \end{bmatrix}$$

当  $\lambda = 4$  时, 方程组有非零解,

且方程组的一般解为  $\begin{cases} x_1 = -22x_3 \\ x_2 = 9x_3 \end{cases}$  ( $x_3$  是自由未知量)

38、已知  $AX=B$ , 其中  $A=[122]$

已知  $AX=B$ , 其中  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ , 求  $X$ 。

13. 解: 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

由此得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

2017 年来, 每年都有 50+ 个科目改版, 每学期均会在期末考试前整合最新试题+作业+综

合练习册题目, 有需要直接访问 任何问题都可以联

系我微信: